CANPOINT

练习册

主编 肖德好

全品学练考

细分课时

分层设计

落实基础

突出重点

详答单本

高中数学

选择性必修第一册　RJA

天津出版传媒集团
天津人民出版社

01 【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

【学习目标】

1. 能直观认识双曲线的几何特征,会识别双曲线的定义和相关概念.

2. 能根据双曲线的几何特征选择适当的平面直角坐标系,根据双曲线定义的代数表达类比导出双曲线的标准方程.

3. 能识别焦点在不同坐标轴上的双曲线的标准方程,能说出标准方程中特征量的关系,能初步应用双曲线的定义和标准方程解决一些相关问题.

课前预习 知识导学 素养初识

◆ **知识点一 双曲线的定义**

1. 双曲线的定义:平面内与两个定点 F_1,F_2 的距离的________等于非零常数(________)的点的轨迹叫作双曲线.这两个定点叫作双曲线的焦点,两焦点间的距离叫作双曲线的________.

2. 双曲线上动点 M 的集合表示:$P=$________________,焦距常用________表示.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)已知两定点 $F_1(-3,0)$,$F_2(3,0)$,满足条件 $|PF_1|-|PF_2|=5$ 的动点 P 的轨迹是双曲线. ( )

(2)已知两定点 $F_1(-3,0)$,$F_2(3,0)$,满足条件 $||PF_1|-|PF_2||=6$ 的动点 P 的轨迹是双曲线. ( )

(3)已知两定点 $F_1(-3,0)$,$F_2(3,0)$,满足条件 $||PF_1|-|PF_2||=7$ 的动点 P 的轨迹是双曲线. ( )

02 【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

◆ **探究点二 直线与圆的相交弦问题**

例 2 已知圆 $O:x^2+y^2=8$ 内有一点 $P_0(-1,2)$,过点 P_0 且倾斜角为 α 的直线与圆 O 相交于 A,B 两点.

(1)当 $\alpha=\frac{3\pi}{4}$ 时,求弦 AB 的长;

(2)当弦 AB 的长最短时,求直线 AB 的方程.

变式 1 已知圆 $C:x^2+(y-1)^2=5$,直线 $l:mx-y+1-m=0$.

(1)求证:直线 l 与圆 C 总有两个不同的交点;

(2)若直线 l 与圆 C 交于 A,B 两点,且 $|AB|=\sqrt{17}$,求 m 的值.

◆ **探究点三 求椭圆的离心率**

例 3 (1)已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$,其上顶点为 A,左、右焦点分别为 F_1,F_2,且 $\triangle AF_1F_2$ 为等边三角形,则椭圆 C 的离心率为 ( )

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

变式 (1)[2024·黄山高二期中] 已知矩形 $ABCD$ 的四个顶点都在椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 上,边 AD 和 BC 分别经过椭圆的左、右焦点,且 $2|AB|=|BC|$,则该椭圆的离心率为 ( )

A. $-1+\sqrt{2}$　　B. $2-\sqrt{2}$

C. $-1+\sqrt{3}$　　D. $2-\sqrt{3}$

[素养小结]

求椭圆离心率的值(或范围)的步骤:

(1)利用条件建立关于 a,b,c 的关系式(等式或不等式);

(2)借助 $a^2=b^2+c^2$ 消去 b,转化为关于 a,c 的齐次方程或不等式;

(3)将方程或不等式两边同时除以 a 的最高次幂,得到关于 e 的方程或不等式;

(4)解方程或不等式即可求得 e 的值或取值范围.

拓展 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$,$M,N$ 分别为椭圆 C 的左、右顶点,若在椭圆 C 上存在一点 H,使得 $k_{MH}\cdot k_{NH}\in\left(-\frac{1}{2},0\right)$,则椭圆 C 的离心率 e 的取值范围为 ( )

A. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2},1\right)$　　B. $\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

C. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2},1\right)$　　D. $\left(0,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

03 本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

◆ **题型一　圆锥曲线的标准方程与定义**

［类型总述］(1)焦点三角形问题；(2)涉及焦点、准线、离心率、圆锥曲线上的点中的三者，常用定义解决问题；(3)求轨迹问题、最值问题、曲线方程.

例 1 (1)［2023·天津卷］双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$.过$F_2$作其中一条渐近线的垂线，垂足为$P$.已知$|PF_2|=2$，直线$PF_1$的斜率为$\frac{\sqrt{2}}{4}$，则双曲线的方程为（　）

A. $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$　　B. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{8}=1$

C. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{2}=1$　　D. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{4}=1$

◆ **题型二　圆锥曲线的性质**

［类型总述］(1)已知基本量求离心率的值或取值范围；(2)已知圆锥曲线的方程求参数的取值范围；(3)已知曲线的某些性质求曲线方程或求曲线的其他性质.

例 2 (1)［2023·新课标Ⅰ卷］设椭圆C_1：$\frac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1)$，$C_2$：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$的离心率分别为$e_1$，$e_2$，若$e_2=\sqrt{3}e_1$，则$a=$（　）

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{6}$

04 课时训练选题兼顾典型性和新颖性以及情境命题，增强学生思维训练

6. ［2024·北京大兴区高二期中］已知点$M_1(-3,0)$和点$M_2(3,0)$，动点$M(x,y)$满足$|MM_1|=2|MM_2|$，则点M的轨迹方程为（　）

A. $x^2+y^2+18x+9=0$

B. $x^2+y^2+6x+9=0$

C. $x^2+y^2+6x-9=0$

D. $x^2+y^2-10x+9=0$

15. （多选题）某同学在研究函数$f(x)=\sqrt{x^2+1}+|x-1|$的最值时，联想到两点间的距离公式，从而将函数变形为$f(x)=\sqrt{(x-0)^2+(0-1)^2}+\sqrt{(x-1)^2+(0-0)^2}$，则下列结论正确的是（　）

A. 函数$f(x)$的最小值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. 函数$f(x)$的最小值为$\sqrt{2}$

C. 函数$f(x)$没有最大值

D 函数$f(x)$有最大值

05 精选试题，穿插设置滚动习题，无缝对接阶段性复习巩固

滚动习题（三）

范围 2.1～2.3

（时间：45 分钟　分值：100 分）

一、单项选择题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

2. ［2024·福建龙岩名校高二期中］已知直线$kx+y-6k+2=0$恒过点P，则点P的坐标为（　）

A. $(0,-2)$　　B. $(-2,0)$

C. $(6,-2)$　　D. $(-6,2)$

5. ［2024·武汉华师大一附中高二期末］已知直线l的方程为$x+y\sin\theta+3=0(\theta\in\mathbf{R})$，则直线$l$的倾斜角$\alpha$的取值范围是（　）

A. $\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right]$　　B. $\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$

C. $\left[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right]$　　D. $\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right]$

二、多项选择题（本大题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分）

8. 对于直线l_1：$ax+2y+3a=0$，l_2：$3x+(a-1)y+3-a=0$，下列说法正确的是（　）

A. “$l_1/\!/l_2$”的充要条件是“$a=3$”

B. 当$a=\frac{2}{5}$时，$l_1\perp l_2$

C. 直线l_1过定点$(3,0)$

D. 点$P(1,3)$到直线l_1的距离的最大值为 5

三、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

9. 经过点$P(2,1)$，且在两坐标轴上的截距的绝对值相等的直线方程为____________.

10. 若直线l与直线$x+y-1=0$关于直线$y=2$对称，则直线l的一般式方程为____________.

目录 Contents

练习册 第一章 空间向量与立体几何

PRACTISE

1.1 空间向量及其运算

1.1.1 空间向量及其线性运算

一、选择题

1. 下列命题中是假命题的是 ( )

A. 任意向量与它的相反向量不相等

B. 和平面向量类似，任意两个空间向量都不能比较大小

C. 如果 $|\boldsymbol{a}|=0$，那么 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$

D. 两个相等的向量，若起点相同，则终点也相同

2. 在三棱锥 O-ABC 中，$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}=$ ( )

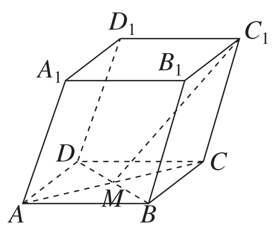
A. $\overrightarrow{OA}$　　B. $\overrightarrow{AB}$

C. $\overrightarrow{OC}$　　D. $\overrightarrow{AC}$

3. 若空间向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不共线，且 $-\boldsymbol{a}+(3x-y)\boldsymbol{b}=x\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$，则 $xy=$ ( )

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 6

4. [2024·安徽桐城中学高二质检] 如图，在平行六面体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，AC 与 BD 的交点为 M，设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$，则 $\overrightarrow{MC_1}=$ ( )



A. $-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

B. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

C. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

D. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

5. 已知 O 为空间中任意一点，若四边形 $ABCD$ 满足 $\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}=\frac{3}{5}(\overrightarrow{DO}+\overrightarrow{OC})$，则四边形 $ABCD$ 一定是 ( )

A. 空间四边形　　B. 平行四边形

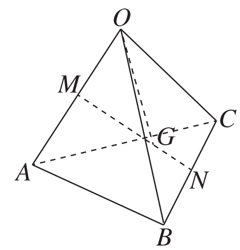
C. 梯形　　D. 矩形

6. 在正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，下列各组向量与 $\overrightarrow{AC}$ 共面的是 ( )

A. $\overrightarrow{B_1D_1},\overrightarrow{B_1B}$　　B. $\overrightarrow{C_1C},\overrightarrow{A_1D}$

C. $\overrightarrow{BA_1},\overrightarrow{AD_1}$　　D. $\overrightarrow{A_1D_1},\overrightarrow{A_1A}$

7. [2024·辽宁朝阳高二期中] 如图，在三棱锥 O-ABC 中，M,N 分别是棱 OA,BC 的中点，点 G 在线段 MN 上，且 $\overrightarrow{MG}=2\overrightarrow{GN}$，设 $\overrightarrow{OG}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}+z\overrightarrow{OC}$，则 ( )



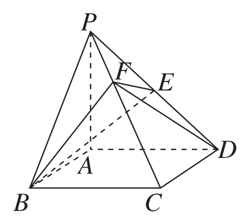
A. $x=\frac{1}{3},y=\frac{1}{3},z=\frac{1}{3}$

B. $x=\frac{1}{3},y=\frac{1}{3},z=\frac{1}{6}$

C. $x=\frac{1}{3},y=\frac{1}{6},z=\frac{1}{3}$

D. $x=\frac{1}{6},y=\frac{1}{3},z=\frac{1}{3}$

8. (多选题)[2024·合肥一中高二期中] 如图，在四棱锥 P-$ABCD$ 中，$\overrightarrow{AP}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{c}$，若 $\overrightarrow{PE}=\overrightarrow{ED}$，$\overrightarrow{CF}=2\overrightarrow{FP}$，则 ( )



A. $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

B. $\overrightarrow{BF}=\frac{2}{3}\boldsymbol{a}-\frac{2}{3}\boldsymbol{b}+\frac{1}{3}\boldsymbol{c}$

C. $\overrightarrow{DF}=\frac{2}{3}\boldsymbol{a}+\frac{1}{3}\boldsymbol{b}-\frac{2}{3}\boldsymbol{c}$

D. $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{6}\boldsymbol{a}-\frac{1}{3}\boldsymbol{b}+\frac{1}{6}\boldsymbol{c}$

9. (多选题)已知 O 为空间中任一不与 M,A,B,C 重合的点，则在下列条件中，不能使空间中四点 M,A,B,C 共面的是 ( )

A. $\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$

B. $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{5}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$

C. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\boldsymbol{0}$

D. $\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{0}$

二、填空题

10. [2024·河北沧州高二期中] 已知空间向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$，化简 $\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{c})+5\left(\frac{2}{3}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\frac{2}{3}\boldsymbol{c}\right)-3(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=$____________.

班级

姓名

答题区 题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

11. 下列说法中正确的是________.(填序号)

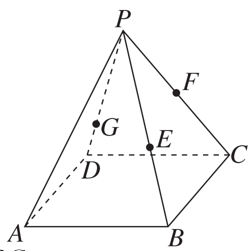
①若点 A,B,C,D 在一条直线上,则 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 是共线向量;

②若点 A,B,C,D 不在一条直线上,则 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 一定不是共线向量;

③若向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 是共线向量,则 A,B,C,D 四点必在一条直线上;

④若向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 是共线向量,则 A,B,C 三点必在一条直线上.

12. [2024·广东东莞外国语学校高二月考] 如图,在正四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中,过点 A 作一个平面分别交棱 PB,PC,PD 于点 E,F,G,若 $\frac{PE}{PB}=\frac{3}{5},\frac{PF}{PC}=\frac{1}{2}$,则 $\frac{PG}{PD}=$________.



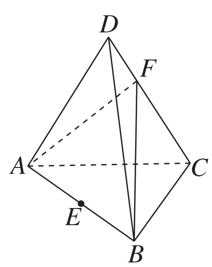
三、解答题

13. 如图,在四面体 $D\text{-}ABC$ 中,E 是棱 AB 的中点,$CF=2FD$.化简下列各式,并在图中标出化简得到的向量:

(1)$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BD}$;

(2)$\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{BF}-\overrightarrow{AC}$;

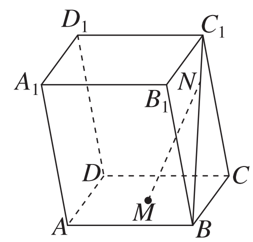
(3)$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$.



14. 如图所示,已知几何体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 是平行六面体.

(1)化简 $\frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{BC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$(用 $\overrightarrow{EF}$ 表示),并点明 E,F 的具体位置;

(2)设 M 是底面 $ABCD$ 的中心,N 是侧面 BCC_1B_1 的对角线 BC_1 上一点,且 $C_1N=\frac{1}{4}C_1B$,设 $\overrightarrow{MN}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AD}+\gamma\overrightarrow{AA_1}$,试求 α,β,γ 的值.



思维探索 选做题

15. [2024·合肥一中高二期中] 已知 O,A,B,C 为空间中不共面的四个点,且 $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\lambda\overrightarrow{OB}+\mu\overrightarrow{OC}(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$.若 P,A,B,C 四点共面,则函数 $f(x)=x^2-3(\lambda+\mu)x-1(x\in[-1,2])$的最小值是 ( )

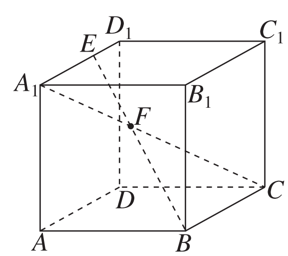
A. 2　　B. 1

C. -1　　D. -2

16. 如图,在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,E 在 A_1D_1 上,且 $\overrightarrow{A_1E}=2\overrightarrow{ED_1}$,$F$ 在体对角线 A_1C 上,且 $\overrightarrow{A_1F}=\frac{2}{3}\overrightarrow{FC}$.设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$.

(1)用 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 表示 $\overrightarrow{EB}$;

(2)求证:E,F,B 三点共线.



1.1.2 空间向量的数量积运算

一、选择题

1. 对于空间任意两个非零向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$，“$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}<0$”是“$\langle \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \rangle$为钝角”的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

2. 在三棱锥 $A\text{-}BCD$ 中，若 $AB \perp BD$，$CD \perp BD$，$BD=1$，则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}=$ ( )

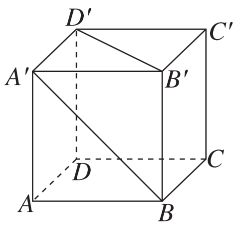
A. $\frac{1}{2}$　　B. 1

C. $\sqrt{3}$　　D. 0

3. 在棱长为 1 的正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=$ ( )

A. 2　　B. 0　　C. -1　　D. -2

4. 如图，在正方体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$ 中，$\langle \overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{B'D'} \rangle=$ ( )



A. $30°$　　B. $60°$

C. $90°$　　D. $120°$

5. 在三棱锥 $P\text{-}ABC$ 中，$\angle PAB=\angle ABC=\frac{\pi}{3}$，$\langle \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{BC} \rangle=\frac{2\pi}{3}$，$PA=2$，$AB=1$，$BC=3$，则 $PC=$ ( )

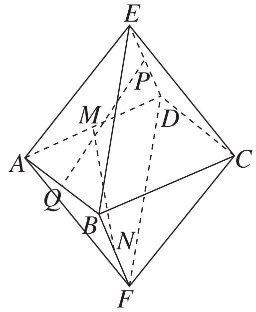
A. $\sqrt{7}$　　B. 2

C. $\sqrt{3}$　　D. 1

6. ［2024・安徽桐城中学高二质检］一个结晶体的形状为平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$，若以顶点 A 为端点的三条棱长都相等，且它们彼此的夹角都是 $60°$，则 BD_1 与 AC 所成角的余弦值为 ( )

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$

7. ［2024・湛江一中月考］柏拉图多面体是柏拉图及其追随者对正多面体进行系统研究后而得名的几何体. 如图是棱长均为 1 的柏拉图多面体 $EABCDF$，P, Q, M, N 分别为 DE, AB, AD, BF 的中点，则 $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{MN}=$ ( )



A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $-\frac{1}{4}$　　D. $-\frac{1}{2}$

8. （多选题）［2024・湖南娄底高二期中］已知正方体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$ 的棱长为 1，设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA'}=\boldsymbol{c}$，则下列各式的值为 1 的有 ( )

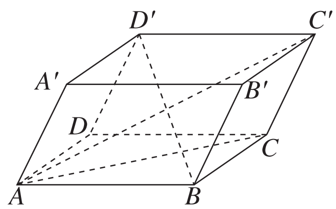
A. $\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$

B. $\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$

C. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) \cdot (\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$

D. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{c}$

9. （多选题）如图，在平行六面体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$ 中，已知 $AB=5$，$AD=4$，$AA'=2$，$\angle BAD=\angle BAA'=\angle DAA'=60°$，则下列说法正确的是 ( )



A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}=10$

B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC'}=40$

C. $|\overrightarrow{BD'}|=\sqrt{21}$

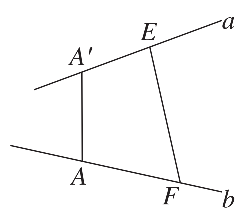
D. $\triangle ACC'$为钝角三角形

二、填空题

10. ［2024・山东烟台高二期中］已知空间向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=3$，$|\boldsymbol{c}|=\sqrt{7}$ 且 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角大小为________.

11. 在四面体 $O\text{-}ABC$ 中，棱 OA, OB, OC 两两垂直，且 $OA=1$，$OB=2$，$OC=3$，G 为$\triangle ABC$ 的重心，则 $\overrightarrow{OG} \cdot (\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})=$________.

12. ［2024・杭州浙大附中高二期中］如图，两条异面直线 a, b 所成的角为 $60°$，在直线 a, b 上分别取点 A', E 和点 A, F，使 $AA' \perp a$ 且 $AA' \perp b$. 若 $A'E=2$，$AF=3$，$EF=\sqrt{23}$，则线段 AA' 的长为________.



班级

姓名

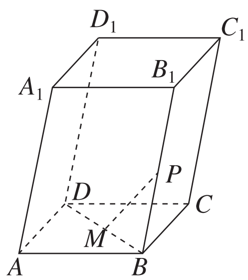
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

三、解答题

13. [2024·浙江浙南名校联盟高二联考] 如图,在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形,侧棱 $AA_1=4$,且 $\angle A_1AD=\angle A_1AB=60°$,$M$ 为 BD 的中点,P 为 BB_1 的中点,设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$.

(1)用向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{PM}$;

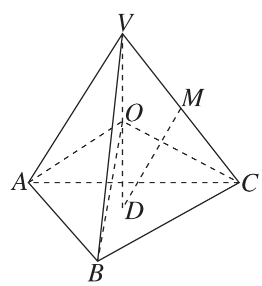
(2)求线段 PM 的长度.



14. 如图,正四面体 $V\text{-}ABC$ 的高 VD 的中点为 O,VC 的中点为 M.

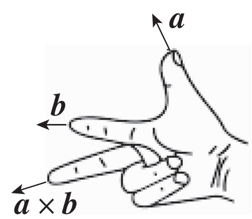
(1)求证:AO,BO,CO 两两垂直;

(2)求 $\langle\overrightarrow{DM},\overrightarrow{AO}\rangle$ 的大小.



▶ 思维探索 选做题

15. (多选题)[2024·重庆万州区高二质检] 在三维空间中,$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$ 叫做向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的外积,它是一个向量,且满足下列两个条件:①$\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})$,$\boldsymbol{b}\perp(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})$,且 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$ 三个向量构成右手系(如图所示);②$|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\sin\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$.已知正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的表面积为 S,则下列结论正确的有 ( )



A. $|\overrightarrow{AB_1}\times\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{AD_1}\times\overrightarrow{DB}|$

B. $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AD}\times\overrightarrow{AB}$

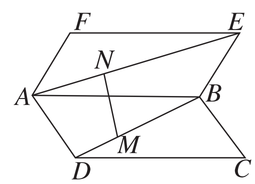
C. $S=6|\overrightarrow{BC}\times\overrightarrow{AC}|$

D. $\overrightarrow{A_1C_1}\times\overrightarrow{A_1D}$ 与 $\overrightarrow{BD_1}$ 共线

16. [2024·江苏苏州星海实验学校高二月考] 如图,在矩形 $ABCD$ 和矩形 $ABEF$ 中,$AB=4$,$AD=AF=3$,$\angle DAF=\frac{\pi}{3}$,$\overrightarrow{DM}=\lambda\overrightarrow{DB}$,$\overrightarrow{AN}=\lambda\overrightarrow{AE}$,$0<\lambda<1$,记 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{AF}=\boldsymbol{c}$.

(1)当 $\lambda=\frac{1}{2}$ 时,求 MN 与 AE 夹角的余弦值.

(2)是否存在 λ 使得 $MN\perp$ 平面 $ABCD$?若存在,求出 λ 的值,若不存在,请说明理由.



1.2　空间向量基本定理

一、选择题

1. 下列说法中正确的是　　(　　)

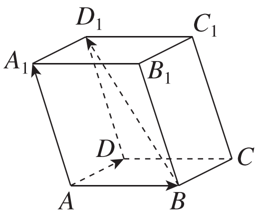
A. 任何三个不共线的向量可构成空间的一个基底

B. 空间的基底有且仅有一个

C. 两两垂直的三个非零向量可构成空间的一个基底

D. 直线的方向向量有且仅有一个

2. 如图，在平行六面体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，已知 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$，则用向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 可表示向量 $\overrightarrow{BD_1}$ 为　　(　　)



A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$　　B. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

C. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$　　D. $-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

3. [2024·广东湛江二十一中高二期中] 已知 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 是空间的一个基底，若 $\boldsymbol{p}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{q}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，则　　(　　)

A. $\boldsymbol{a},\boldsymbol{p},\boldsymbol{q}$ 可构成空间的一个基底

B. $\boldsymbol{b},\boldsymbol{p},\boldsymbol{q}$ 可构成空间的一个基底

C. $\boldsymbol{c},\boldsymbol{p},\boldsymbol{q}$ 可构成空间的一个基底

D. $\boldsymbol{p},\boldsymbol{q}$ 与 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 中的任何一个都不能构成空间的一个基底

4. 已知 $\{\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$ 是空间的一个基底，向量 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2+\boldsymbol{e}_3$，$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2-\boldsymbol{e}_3$，$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2+\boldsymbol{e}_3$，$\boldsymbol{d}=\boldsymbol{e}_1+2\boldsymbol{e}_2+3\boldsymbol{e}_3$，若 $\boldsymbol{d}=x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}+z\boldsymbol{c}$，则 x,y,z 的值分别为　　(　　)

A. $\frac{5}{2},-1,-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{5}{2},1,\frac{1}{2}$

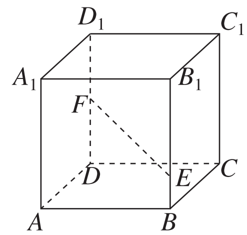
C. $-\frac{5}{2},1,-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{5}{2},1,-\frac{1}{2}$

5. 已知三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 各条棱的长都相等，且 $\angle BAA_1=\angle CAA_1=60°$，则异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角的余弦值为　　(　　)

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$

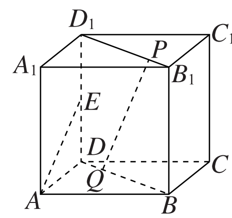
C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

6. [2024·河北邢台高二期末] 如图，在正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，E,F 分别在棱 BB_1 和 DD_1 上，且 $DF=\frac{1}{2}DD_1$．记 $\overrightarrow{EF}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}+z\overrightarrow{AA_1}$，若 $x+y+z=\frac{1}{4}$，则 $\frac{BE}{BB_1}=$　　(　　)



A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{6}$

7. 如图，在正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，E 是棱 D_1D 的中点，P,Q 分别为线段 B_1D_1,BD 上的点，且 $3B_1P=PD_1$，若 $PQ\perp AE$，$\overrightarrow{BD}=\lambda\overrightarrow{DQ}$，则 λ 的值为　　(　　)



A. 3　　B. 4　　C. -3　　D. -4

8. (多选题)[2024·郑州高二期中] 下列说法中正确的有　　(　　)

A. 已知 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 与任一向量都不能构成空间的一个基底

B. 设 A,B,M,N 是空间中的四个点，若 $\overrightarrow{BA}$，$\overrightarrow{BM}$，$\overrightarrow{BN}$ 不能构成空间的一个基底，则 A,B,M,N 四点共面

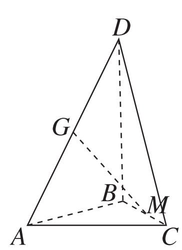
C. 设 O 是空间中任一不与 P,A,B,C 重合的点，若 $\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{0}$，则 P,A,B,C 四点共面

D. 已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 可构成空间的一个基底，若 $\boldsymbol{m}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{m}$ 也可构成空间的一个基底

9. (多选题)如图，在三棱锥 D-ABC 中，$\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$ 两两夹角均为 $\frac{\pi}{3}$，且 $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AC}|=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AD}|=1$，若 G,M 分别为棱 AD,BC 的中点，则　　(　　)

A. $|\overrightarrow{MG}|=\frac{3\sqrt{3}}{4}$

B. $|\overrightarrow{MG}|=\frac{\sqrt{3}}{2}$



C. 异面直线 AC 与 DB 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{33}}{6}$

D. 异面直线 AC 与 DB 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{6}$

班级

姓名

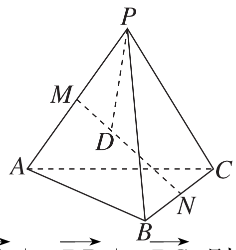
答题区 题号

1 2 3 4 5 6 7 8 9

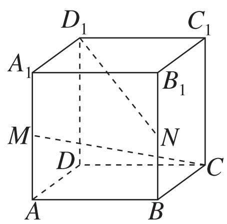
二、填空题

10. 已知$\{a,b,c\}$是空间的一个基底,则可以从向量$a,b,c,a+b,a-b,a+c,a-c,b+c,b-c$中选出三个向量构成空间的一个基底,请你写出一个不同于$\{a,b,c\}$的基底:________.

11. [2024·河南信阳信合外国语高级中学高二期中] 如图,在正四面体P-ABC中,M,N分别为PA,BC的中点,D是线段MN上一点,且$ND=2DM$,若$\overrightarrow{PD}=x\overrightarrow{PA}+y\overrightarrow{PB}+z\overrightarrow{PC}$,则$x+y+z$的值为________.



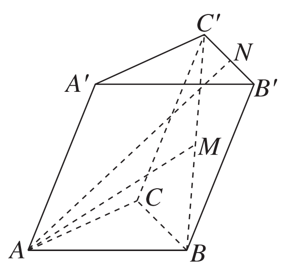
12. 如图,在正方体$ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$中,M,N分别为棱A_1A和B_1B的中点,则异面直线CM和D_1N所成角的余弦值为________.



三、解答题

13. 如图所示,在三棱柱ABC-$A'B'C'$中,设$\overrightarrow{AA'}=a,\overrightarrow{AB}=b,\overrightarrow{AC}=c$,$M$是$BC'$的中点,$N$是$B'C'$的中点,用基底$\{a,b,c\}$表示以下各向量:

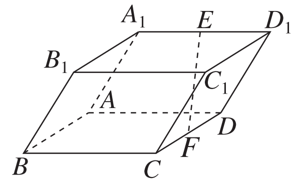
(1)$\overrightarrow{AM}$;(2)$\overrightarrow{AN}$.



14. [2024·江西宜春高二期中] 如图,在平行六面体$ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$中,E,F分别为棱A_1D_1,CD的中点,且$\angle B_1BC=\angle B_1BA=\frac{\pi}{3}$,$\angle CBA=\frac{\pi}{2}$,$AB=BC=3,BB_1=2$.

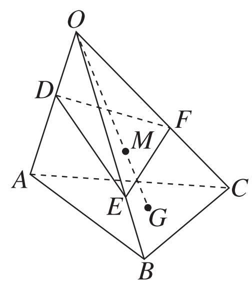
(1)求线段EF的长度;

(2)求直线AD与直线EF夹角的余弦值.



▶ 思维探索 选做题

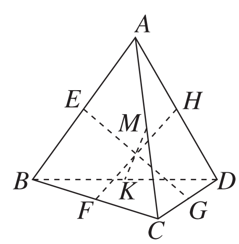
15. [2024·广东揭阳普宁二中高二期中] 如图,在三棱锥O-ABC中,点G为$\triangle ABC$的重心,点M是线段OG上靠近点G的三等分点,过点M的平面分别交棱OA,OB,OC于点D,E,F,若$\overrightarrow{OD}=k\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OE}=m\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OF}=n\overrightarrow{OC}$,则$\frac{1}{k}+\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=$ ( )



A. $\frac{2}{9}$　　B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{2}$　　D. $\frac{9}{2}$

16. 如图,在四面体A-BCD中,E,F,G,H,K,M分别为棱AB,BC,CD,DA,BD,AC的中点,且$EG=FH=KM$,求证:$AB\perp CD,AC\perp BD,AD\perp BC$.



滚动习题（一）

范围 1.1～1.2

（时间：45 分钟　分值：100 分）

一、单项选择题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

1. ［2024·浙江温州高二期中］在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，化简 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BB_1}=$（　　）

A. $\overrightarrow{A_1C}$　　B. $\overrightarrow{AC_1}$　　C. $\overrightarrow{BD_1}$　　D. $\overrightarrow{DB_1}$

2. ［2024·河南信阳高二期中］已知 $\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PB},\overrightarrow{PC}$ 不共面，$\overrightarrow{PM}=(3-x-y)\overrightarrow{PA}+x\overrightarrow{PB}+(y-2)\overrightarrow{PC}$，则（　　）

A. $\forall x,y\in\mathbf{R}$，A,B,C,M 四点共面

B. $\forall x,y\in\mathbf{R}$，A,B,C,M 四点不共面

C. $\forall x,y\in\mathbf{R}$，A,B,C,P 四点共面

D. $\exists x,y\in\mathbf{R}$，A,B,C,P 四点共面

3. 已知空间四边形 $ABCD$ 的每条边和对角线的长都为 1，F,G 分别是 AD,DC 的中点，则 $\overrightarrow{FG}\cdot\overrightarrow{AB}=$（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$　　B. $\dfrac{1}{4}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

4. 平面上有四个互异的点 A,B,C,D，已知 $(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}+2\overrightarrow{AD})\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})=0$，$A,B,C$ 不共线，则 $\triangle ABC$ 一定是（　　）

A. 直角三角形　　B. 等腰直角三角形

C. 等腰三角形　　D. 无法确定

5. 已知在三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，点 P 在棱 B_1C_1 上，且 $B_1P=\dfrac{1}{3}B_1C_1$，则 $\overrightarrow{AP}=$（　　）

A. $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$

B. $\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$

C. $\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA_1}$

D. $\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA_1}$

6. ［2024·杭州高二联考］已知点 D 在 $\triangle ABC$ 确定的平面内，O 是平面 ABC 外任意一点，且满足 $\overrightarrow{OD}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}(x,y\in\mathbf{R})$，则 x^2+y^2 的最小值为（　　）

A. $\dfrac{4}{5}$　　B. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　C. 1　　D. 2

二、多项选择题（本大题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分）

7. 若 $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}$ 是三个不共面的单位向量，且两两夹角均为 θ，则（　　）

A. θ 的取值范围是 $(0,\pi)$

B. $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}$ 能构成空间的一个基底

C. “$\overrightarrow{OP}=2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$”是“$P,A,B,C$ 四点共面”的充分不必要条件

D. $(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})\cdot\overrightarrow{BC}=0$

8. ［2024·四川绵阳中学高二月考］在三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，P 为空间中一点，且满足 $\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BC}+\mu\overrightarrow{BB_1}$，$\lambda,\mu\in[0,1]$，则（　　）

A. 当 $\lambda=1$ 时，点 P 在棱 BB_1 上

B. 当 $\mu=1$ 时，点 P 在棱 B_1C_1 上

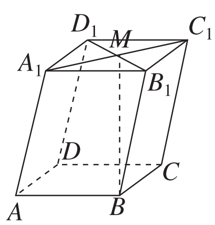
C. 当 $\lambda+\mu=1$ 时，点 P 在线段 B_1C 上

D. 当 $\lambda=\mu$ 时，点 P 在线段 BC_1 上

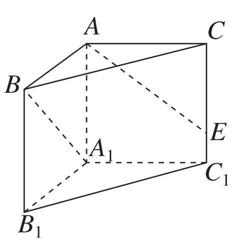
三、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

9. 已知空间向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 两两夹角为 60°，且 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{c}|=1$，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}|=$________.

10. ［2024·福州高二期中］如图所示，在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，M 为 A_1C_1 与 B_1D_1 的交点，若存在实数 x,y,z，使向量 $\overrightarrow{BM}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}+z\overrightarrow{AA_1}$，则 $x+2y+3z=$ ________.



11. ［2024·杭州六县九校联盟高二期中］如图，在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$\angle BAC=90^\circ$，$AA_1=A_1B_1=A_1C_1=4$，点 E 是棱 CC_1 上一点，且异面直线 A_1B 与 AE 所成角的余弦值为 $\dfrac{3\sqrt{2}}{10}$，则 C_1E 的长为________.



班级

姓名

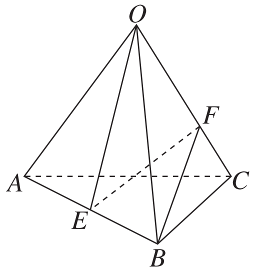
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8

四、解答题(本大题共 3 小题,共 43 分)

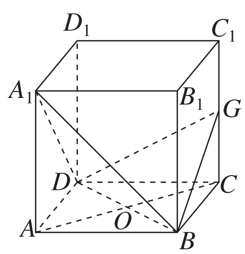
12. (13 分)[2024·广西南宁高二期中] 如图,四面体 $O\text{-}ABC$ 的各条棱长均为 2,E 是 AB 的中点,F 在 OC 上,且 $\overrightarrow{OF}=2\overrightarrow{FC}$.

(1)用 $\overrightarrow{OA}$,$\overrightarrow{OB}$,$\overrightarrow{OC}$ 表示 $\overrightarrow{EF}$;

(2)求向量 $\overrightarrow{OE}$ 与向量 $\overrightarrow{BF}$ 所成角的余弦值.



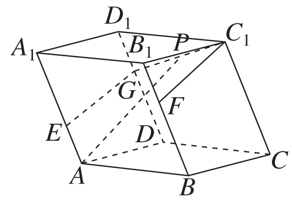
13. (15 分)如图所示,在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,O 为 AC 与 BD 的交点,G 为 CC_1 的中点,求证:平面 $A_1BD\perp$平面 GBD.



14. (15 分)[2024·武汉高二期中] 如图,在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,E,F,G 分别在 A_1A,B_1B,D_1D 上,且 $A_1E=2EA$,$BF=2FB_1$,$DG=2GD_1$.

(1)求证:$EG/\!/FC_1$;

(2)若底面 $ABCD$ 和侧面 A_1ADD_1 都是正方形,且二面角 $A_1\text{-}AD\text{-}B$ 的大小为 120°,$AB=2$,P 是 C_1G 的中点,求 AP 的长度.



1.3　空间向量及其运算的坐标表示

1.3.1　空间直角坐标系

一、选择题

1. [2024·皖中名校联盟高二联考]在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，点 $(2,-3,5)$ 关于 Ozx 平面的对称点的坐标为　(　　)

A. $(-2,-3,-5)$　　B. $(2,3,5)$

C. $(5,-3,2)$　　D. $(-5,-3,-2)$

2. 在空间直角坐标系中，点 $A(1,-2,3)$ 与点 $B(-1,-2,-3)$ 关于　(　　)

A. x 轴对称　　B. y 轴对称

C. z 轴对称　　D. 原点对称

3. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知点 $P(-2,1,3)$，过点 P 作 Ozx 平面的垂线 PQ，垂足为 Q，则点 Q 的坐标为　(　　)

A. $(0,1,0)$　　B. $(0,1,3)$

C. $(-2,0,3)$　　D. $(-2,1,0)$

4. 若点 $A(-2,2,1)$ 关于 y 轴的对称点为 A'，则向量 $\overrightarrow{AA'}$ 的坐标为　(　　)

A. $(4,-4,-2)$　　B. $(0,-4,0)$

C. $(4,0,-2)$　　D. $(-4,0,2)$

5. [2024·安徽淮北高二期中]在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=4$，$BC=1$，$AA_1=3$，已知向量 $\boldsymbol{a}$ 在基底 $\{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AA_1}\}$ 下的坐标为 $(2,1,-3)$。若分别以 $\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DD_1}$ 的方向为 x 轴、y 轴、z 轴的正方向建立空间直角坐标系，则 $\boldsymbol{a}$ 的坐标为　(　　)

A. $(2,1,-3)$　　B. $(-1,2,-3)$

C. $(1,-8,9)$　　D. $(-1,8,-9)$

6. 已知 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 是空间直角坐标系 $Oxyz$ 中 x 轴、y 轴、z 轴正方向上的单位向量，且 $\overrightarrow{OA}=3\boldsymbol{i}$，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$，则点 B 的坐标为　(　　)

A. $(1,-1,1)$　　B. $(4,1,1)$

C. $(1,4,2)$　　D. $(4,1,2)$

7. 设 $y\in\mathbf{R}$，则点 $P(1,y,2)$ 的集合为　(　　)

A. 垂直于 Ozx 平面的一条直线

B. 平行于 Ozx 平面的一条直线

C. 垂直于 y 轴的一个平面

D. 平行于 y 轴的一个平面

8. (多选题)[2024·广东东莞高二期中]下列说法正确的是　(　　)

A. 点 $(1,-2,3)$ 关于 Ozx 平面的对称点的坐标为 $(1,2,3)$

B. 点 $\left(\frac{1}{2},1,-3\right)$ 关于 y 轴的对称点的坐标为 $\left(-\frac{1}{2},1,3\right)$

C. 点 $(2,-1,3)$ 到 Oyz 平面的距离为 1

D. 在单位正交基底 $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$ 下，若 $\boldsymbol{m}=3\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}+4\boldsymbol{k}$，则 $\boldsymbol{m}=(3,-2,4)$

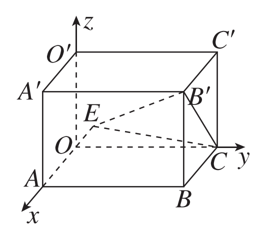
9. (多选题)如图，在长方体 $OABC-O'A'B'C'$ 中，$OA=1$，$OC=3$，$OO'=2$，点 E 在线段 AO 的延长线上，且 $OE=\frac{1}{2}$，分别以 $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OO'}$ 的方向为 x 轴、y 轴、z 轴的正方向建立空间直角坐标系，则下列向量坐标表示正确的是　(　　)

A. $\overrightarrow{OC}=(3,0,0)$

B. $\overrightarrow{CB'}=(1,0,2)$

C. $\overrightarrow{EB'}=\left(\frac{3}{2},3,2\right)$

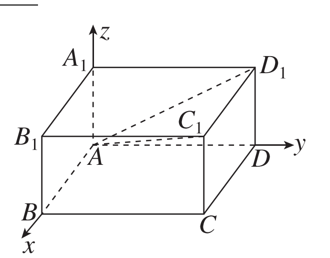
D. $\overrightarrow{EC}=\left(-\frac{1}{2},3,0\right)$



二、填空题

10. 在空间直角坐标系中，点 $P(1,a,b)$ 与点 $Q(c,-2,4)$ 关于原点对称，则 $abc=$________.

11. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，已知 $AB=AD=2$，$BB_1=1$，建立如图所示的空间直角坐标系，则 $\overrightarrow{AD_1}$ 的坐标为________，$\overrightarrow{AC_1}$ 的坐标为________.



12. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，点 $A(0,1,-1)$，$B(1,1,2)$，点 B 关于 y 轴的对称点为 C，则 $|\overrightarrow{AC}|=$________.

班级

姓名

答题区 题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题

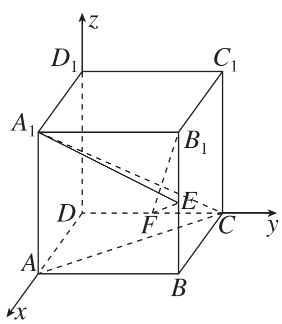
13. [2024·安徽宿州高二联考] 已知$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$是空间的一个单位正交基底，$\{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$是空间的另一个基底.若向量$\boldsymbol{p}$在基底$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$下的坐标为$(4,2,3)$，求向量$\boldsymbol{p}$在基底$\{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$下的坐标.

14. 已知正方体$ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$的棱长为2，E，F分别为棱BB_1，DC的中点，建立空间直角坐标系，如图所示.

(1)写出正方体$ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$各顶点的坐标(不需写出计算过程)；

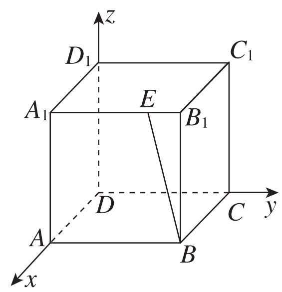
(2)写出向量$\overrightarrow{EF}$，$\overrightarrow{B_1F}$，$\overrightarrow{A_1E}$的坐标(不需写出计算过程)；

(3)求向量$\overrightarrow{A_1C}$在向量$\overrightarrow{AC}$上的投影向量的坐标.



思维探索 选做题

15. 已知正方体$ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$的棱长为1，E在棱A_1B_1上，且$B_1E=\frac{1}{4}A_1B_1$，建立如图所示的空间直角坐标系，则$\overrightarrow{BE}=$ ( )



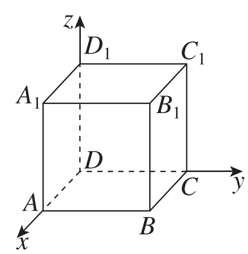
A. $\left(0,\frac{1}{4},-1\right)$ B. $\left(-\frac{1}{4},0,1\right)$

C. $\left(0,-\frac{1}{4},1\right)$ D. $\left(\frac{1}{4},0,-1\right)$

16. [2024·天津五校联考] 已知正方体$ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$的棱长为1，以D为原点，$\overrightarrow{DA}$，$\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{DD_1}$的方向分别为x，y，z轴的正方向，建立如图所示的空间直角坐标系$Dxyz$，有一个动点P在正方体的各个面上运动.

(1)当点P分别在平行于坐标轴的各条棱上运动时，探究动点P的坐标特征；

(2)当点P分别在各个面对角线上运动时，探究动点P的坐标特征.



1.3.2　空间向量运算的坐标表示

一、选择题

1. 在空间直角坐标系中，向量 $\boldsymbol{a}=(2,-3,5)$，$\boldsymbol{b}=(-2,4,5)$，则向量 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=$ (　　)

A. $(0,1,10)$

B. $(-4,7,0)$

C. $(4,-7,0)$

D. $(-4,-12,25)$

2. 设一地球仪的球心为空间直角坐标系的原点 O，球面上的两个点 A，B 的坐标分别为 $(1,2,2)$，$(2,-2,1)$，则 $|\overrightarrow{AB}|=$ (　　)

A. 18　　B. 12

C. $2\sqrt{3}$　　D. $3\sqrt{2}$

3. [2024·湛江一中高二期中] 已知 $\boldsymbol{a}=(2,-1,3)$，$\boldsymbol{b}=(-1,4,-2)$，$\boldsymbol{c}=(4,5,\lambda)$，若 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 三个向量不能构成空间的一个基底，则实数 λ 的值为 (　　)

A. 0　　B. 9

C. 5　　D. 3

4. 已知 $\overrightarrow{AB}=(2,-3,2)$，$C\left(2,\frac{1}{2},-1\right)$，$D(x,y,0)$，且 $\overrightarrow{AB}/\!/\overrightarrow{CD}$，则 x，y 的值分别为 (　　)

A. 3，1　　B. 4，$-\frac{5}{2}$

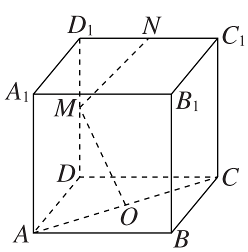
C. 3，-1　　D. 1，1

5. [2024·安徽桐城中学高二质检] 定义 $\boldsymbol{a}\otimes\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|^2-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$，若向量 $\boldsymbol{a}=(1,-2,2)$，向量 $\boldsymbol{b}$ 为单位向量，则 $\boldsymbol{a}\otimes\boldsymbol{b}$ 的取值范围是 (　　)

A. $[6,12]$　　B. $[0,6]$

C. $[-1,5]$　　D. $[0,12]$

6. 如图，在正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，O 是底面 $ABCD$ 的中心，M，N 分别是棱 DD_1，D_1C_1 的中点，则直线 OM (　　)



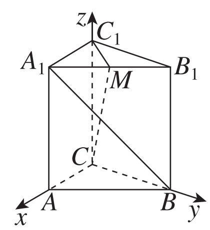
A. 与 AC，MN 都垂直

B. 垂直于 AC，但不垂直于 MN

C. 垂直于 MN，但不垂直于 AC

D. 与 AC，MN 都不垂直

7. 如图，在直三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 中，$\angle BCA=90^\circ$，$AC=CC_1=2$，M 是 A_1B_1 的中点，以 C 为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系．若 $\overrightarrow{A_1B}\perp\overrightarrow{C_1M}$，则异面直线 CM 与 A_1B 所成角的余弦值为 (　　)



A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{7}}{3}$

8. (多选题)已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,-2,2)$，$\boldsymbol{b}=(2,-3,2)$，则下列结论正确的是 (　　)

A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(3,-5,4)$

B. $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=12$

C. $|\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|=6$

D. $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 不平行

9. (多选题)[2024·武汉十一中高二月考] 已知空间四点 $O(0,0,0)$，$A(0,1,2)$，$B(2,0,-1)$，$C(3,2,1)$，则下列说法正确的是 (　　)

A. $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-2$

B. 以 OA，OB 为邻边的平行四边形的面积为 $\frac{\sqrt{21}}{2}$

C. 点 O 到直线 BC 的距离为 $\sqrt{5}$

D. O，A，B，C 四点共面

二、填空题

10. 若向量 $\boldsymbol{a}=(1,-1,2)$，$\boldsymbol{b}=(2,1,-3)$，则 $|2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$________．

11. [2024·湖北宜荆荆随高二联考] 已知空间向量 $\boldsymbol{a}=(0,1,2)$，$\boldsymbol{b}=(-1,2,2)$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 在向量 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量是__________．

12. [2024·皖中名校联盟高二联考] 已知点 $A(1,2,1)$，$B(3,3,2)$，$C(\lambda+1,4,3)$，若 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$ 的夹角为锐角，则 λ 的取值范围为__________．

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

三、解答题

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-2,-1,2)$，$\boldsymbol{b}=(-1,1,2)$，$\boldsymbol{c}=(x,2,2)$.

(1)当 $|\boldsymbol{c}|=2\sqrt{2}$ 时，若向量 $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 垂直，求实数 x 和 k 的值；

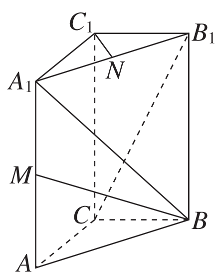
(2)当 $x=-\dfrac{1}{2}$ 时，求证：向量 $\boldsymbol{c}$ 与向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 共面.

14. 如图，在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$CA=CB=1$，$\angle BCA=90°$，$AA_1=2$，M，N 分别是 A_1A，A_1B_1 的中点.

(1)求线段 BM 的长；

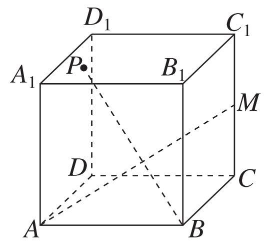
(2)求 $\cos\langle\overrightarrow{BA_1},\overrightarrow{CB_1}\rangle$ 的值；

(3)求证：$A_1B\perp C_1N$.



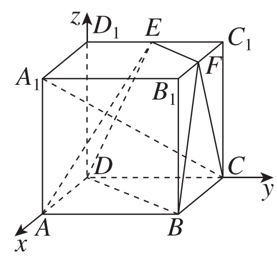
思维探索 选做题

15. [2024·常德一中高二月考]如图，正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 6，点 M 为 CC_1 的中点，点 P 为底面 $A_1B_1C_1D_1$ 上的动点，且满足 $BP\perp AM$，则点 P 的轨迹长度为____________.



16. 在①$(\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{CF})\perp(\overrightarrow{DE}-\overrightarrow{CF})$，②$|\overrightarrow{DE}|=\dfrac{\sqrt{17}}{2}$，③$0<\cos\langle\overrightarrow{EF},\overrightarrow{DB}\rangle<1$ 这三个条件中任选一个，补充在下面的问题中，并作答.

问题：如图，在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$，中，以 D 为坐标原点，建立空间直角坐标系 $Dxyz$. 已知点 D_1 的坐标为 $(0,0,2)$，E 为棱 D_1C_1 上的动点，F 为棱 B_1C_1 上的动点，________，则是否存在点 E，F，使得 $\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{A_1C}=0$？若存在，求出 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BF}$ 的值；若不存在，请说明理由.



1.4 空间向量的应用

1.4.1 用空间向量研究直线、平面的位置关系

第 1 课时 空间中点、直线和平面的向量表示

一、选择题

1. [2024·安徽淮南高二联考] 若 $A(0,1,2)$，$B(2,5,8)$ 在直线 l 上，则直线 l 的一个方向向量为 ( )

A. $(3,2,1)$　　B. $(1,3,2)$

C. $(2,1,3)$　　D. $(1,2,3)$

2. [2024·河南信合外国语高级中学高二期中] 已知 $A(1,2,1)$，$B(0,1,2)$，$C(3,1,1)$，若平面 ABC 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,1)$，则 $\boldsymbol{n}=$ ( )

A. $\left(-\frac{1}{3},\frac{2}{3},1\right)$　　B. $\left(\frac{1}{3},-\frac{2}{3},1\right)$

C. $\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3},1\right)$　　D. $\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},1\right)$

3. 若 $\boldsymbol{\mu}=(2,-3,1)$ 是平面 α 的一个法向量，则下列向量中能作为平面 α 的法向量的是 ( )

A. $(0,-3,1)$　　B. $(2,0,1)$

C. $(-2,-3,1)$　　D. $(-2,3,-1)$

4. 已知直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{m}=(2,-1,3)$，且直线 l 过 $A(0,y,3)$ 和 $B(-1,2,z)$ 两点，则 $y-z=$ ( )

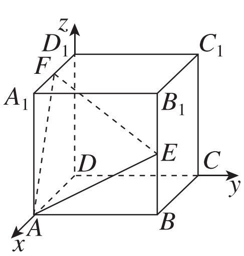
A. 0　　B. 2

C. $\frac{1}{2}$　　D. 3

5. 已知平面 α 经过点 $A(1,1,1)$ 和 $B(-1,1,z)$，$\boldsymbol{n}=(1,0,-1)$ 是平面 α 的一个法向量，则实数 $z=$ ( )

A. 3　　B. -1　　C. -2　　D. -3

6. 如图，在正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，以 D 为原点建立空间直角坐标系，E 为 BB_1 的中点，F 为 A_1D_1 的中点，则下列向量中，能作为平面 AEF 的法向量的是 ( )



A. $(1,-2,4)$　　B. $(-4,1,-2)$

C. $(2,-2,1)$　　D. $(1,2,-2)$

7. 已知直线 l 过点 $P(1,0,-1)$ 且平行于向量 $\boldsymbol{a}=(2,1,1)$，直线 l 与点 $M(1,2,3)$ 在平面 α 内，则平面 α 的法向量不可能是 ( )

A. $(1,-4,2)$　　B. $\left(\frac{1}{4},-1,\frac{1}{2}\right)$

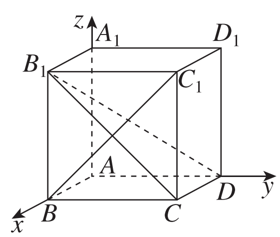
C. $\left(-\frac{1}{4},1,-\frac{1}{2}\right)$　　D. $(0,-1,1)$

8. (多选题)[2024·杭州六县九校联盟高二联考] 已知平面 ABC 内的两个向量 $\overrightarrow{AB}=(-\sqrt{3},1,-4)$，$\overrightarrow{CB}=(0,2,-2)$，则平面 ABC 的一个法向量可以是 ( )

A. $(\sqrt{3},1,-1)$　　B. $(-\sqrt{3},1,1)$

C. $(-3,\sqrt{3},\sqrt{3})$　　D. $(1,1,-\sqrt{3})$

9. (多选题)[2024·安徽阜阳高二期中] 在如图所示的空间直角坐标系中，正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 的棱长是 1，下列结论正确的是 ( )



A. 直线 DD_1 的一个方向向量为 $(0,0,1)$

B. 直线 BC_1 的一个方向向量为 $(0,1,1)$

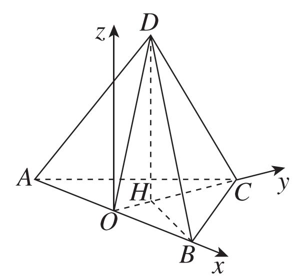
C. 平面 ABB_1A_1 的一个法向量为 $(0,1,0)$

D. 平面 B_1CD 的一个法向量为 $(1,1,1)$

二、填空题

10. 已知 $A\left(0,2,\frac{19}{8}\right)$，$B\left(1,-1,\frac{5}{8}\right)$，$C\left(-2,1,\frac{5}{8}\right)$，设平面 ABC 的法向量为 $\boldsymbol{a}=(x,y,z)$，则 $x:y:z=$________.

11. 如图，放置于空间直角坐标系中的棱长为 2 的正四面体 A-BCD 中，H 是底面中心，$DH\perp$ 平面 ABC，写出：



(1)直线 BC 的一个方向向量：____________；

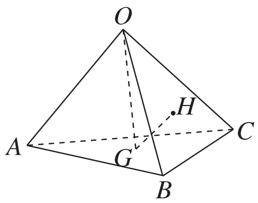
(2)直线 OD 的一个方向向量：____________；

(3)平面 BHD 的一个法向量：____________.

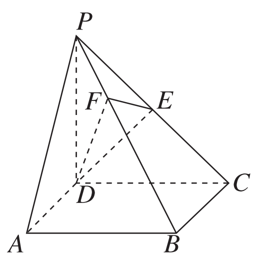
12. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,-1,2)$，且平面 α 过点 $A(0,3,1)$. 若 $P(x,y,z)$ 是平面 α 内的任意一点，则点 P 的坐标满足的方程是____________.

三、解答题

13. 如图所示，在四面体 O-ABC 中，G，H 分别是 $\triangle ABC$，$\triangle OBC$ 的重心，设 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$，以 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 为空间的一个基底，求直线 OG 和 GH 的一个方向向量.



14. 如图，在四棱锥 P-$ABCD$ 中，$PD\perp$ 底面 $ABCD$，$PD=AD=DC$，底面 $ABCD$ 为正方形，E 为 PC 的中点，点 F 在 PB 上，问当点 F 在何位置时，$\overrightarrow{PB}$ 为平面 DEF 的一个法向量？



▶ 思维探索 选做题

15. (多选题)[2024·重庆开州中学高二月考] 已知点 P 是平行四边形 $ABCD$ 所在平面外一点，如果 $\overrightarrow{AB}=(2,-1,-4)$，$\overrightarrow{AD}=(4,2,0)$，$\overrightarrow{AP}=(-1,2,-1)$，那么下列结论中正确的是 ( )

A. $AP\perp AB$

B. $AP\perp AD$

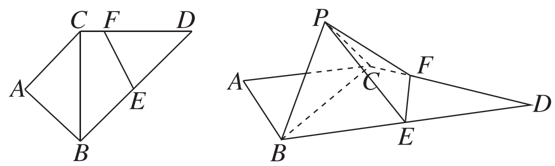
C. $\overrightarrow{AP}$ 是平面 $ABCD$ 的一个法向量

D. $\overrightarrow{AP}/\!/\overrightarrow{BD}$

16. [2024·浙江丽水高二联考] 在四边形 $ABDC$ 中(如图①)，$\angle BAC=\angle BCD=90^\circ$，$AB=AC$，$BC=CD$，$E$，$F$ 分别是边 BD，CD 上的点，将 $\triangle ABC$ 沿 BC 翻折，将 $\triangle DEF$ 沿 EF 翻折，使得点 D 与点 A 重合(记为点 P)，且平面 $PBC\perp$ 平面 $BCFE$(如图②).

(1)求证：$CF\perp PB$；

(2)求平面 PEF 的一个法向量.



① ②

第 2 课时　空间中直线、平面的平行

一、选择题

1. 已知直线 l_1 的一个方向向量为 $\boldsymbol{v}_1=(1,2,3)$，直线 l_2 的一个方向向量为 $\boldsymbol{v}_2=(\lambda,4,6)$，若 $l_1/\!/l_2$，则 $\lambda=$　(　　)

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

2. ［2024・广东东莞韩林高级中学高二期中］已知直线 l 上有两点 $A(1,2,3)$，$B(2,1,1)$，平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(-3,2,m)$，若 $l/\!/\alpha$，则 $m=$　(　　)

A. 2　　B. 1　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{5}{2}$

3. 如果直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{a}=(-2,0,1)$，且直线 l 上有一点 P 不在平面 α 内，平面 α 的一个法向量是 $\boldsymbol{b}=(2,0,4)$，那么　(　　)

A. 直线 l 与平面 α 垂直

B. 直线 l 与平面 α 平行

C. 直线 l 在平面 α 内

D. 直线 l 与平面 α 相交但不垂直

4. ［2024・陕西宝鸡高二期中］在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，PQ 与直线 A_1D 和 AC 都垂直，则直线 PQ 与 BD_1 的关系是　(　　)

A. 异面

B. 平行

C. 垂直不相交

D. 垂直且相交

5. ［2024・广东肇庆广信中学高二期中］已知直线 l 的方向向量为 $\boldsymbol{m}$，平面 α 的法向量为 $\boldsymbol{n}$，则“$\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=0$”是“$l/\!/\alpha$”的　(　　)

A. 充要条件

B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件

D. 既不充分也不必要条件

6. 若平面 α 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(2,-3,1)$，$\overrightarrow{AB}=(1,0,-2)$，$\overrightarrow{AC}=(1,1,1)$，且平面 α 与平面 ABC 不重合，则　(　　)

A. 平面 $\alpha/\!/$平面 ABC

B. 平面 $\alpha\perp$平面 ABC

C. 平面 α 与平面 ABC 相交但不垂直

D. 以上均有可能

7. ［2024・重庆开州中学高二月考］若平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{u}_1=(-3,y,2)$，平面 β 的一个法向量为 $\boldsymbol{u}_2=(6,-2,z)$，且 $\alpha/\!/\beta$，则 $y+z$ 的值是　(　　)

A. -3　　B. -4

C. 3　　D. 4

8. (多选题)已知空间中两条不同的直线 l,m，两个不同的平面 α,β，则下列说法中错误的是　(　　)

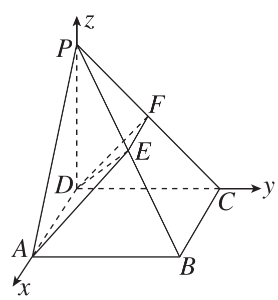
A. 若直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{a}=(1,-1,2)$，直线 m 的一个方向向量为 $\boldsymbol{b}=(2,-2,4)$，则 $l/\!/m$

B. 若直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{a}=(0,1,-1)$，平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,-1,-1)$，则 $l/\!/\alpha$

C. 若平面 α,β 的一个法向量分别为 $\boldsymbol{n}_1=(0,1,3)$，$\boldsymbol{n}_2=(1,0,2)$，则 $\alpha/\!/\beta$

D. 若平面 α 经过 $A(1,0,-1)$，$B(0,-1,0)$，$C(-1,2,0)$三点，向量 $\boldsymbol{n}=(1,u,t)$是平面 α 的一个法向量，则 $u+t=1$

9. (多选题)已知四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是正方形，$PD\perp$平面 $ABCD$，$PD=AB=1$，E 是 PB 的中点，F 是 PC 的中点，建立如图所示的空间直角坐标系，则下列说法中正确的是　(　　)



A. 平面 ADE 的一个法向量是$(0,-1,1)$

B. 直线 $AE/\!/$平面 PCD

C. 直线 $FE/\!/$平面 PAD

D. 直线 $DF/\!/$平面 PAB

二、填空题

10. 已知直线 l 的一个方向向量是 $\boldsymbol{n}=(4,-2,3)$，平面 α 的一个法向量是 $\boldsymbol{m}=(1,2,0)$，则 l 与 α 的位置关系为________.

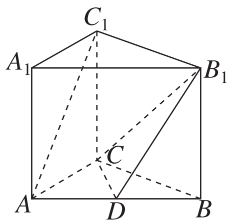
11. ［2024・四川南充一中高二期中］已知直线 l 的一个方向向量为$(2,m,1)$，平面 α 的一个法向量为$\left(1,\frac{1}{2},2\right)$，且 $l/\!/\alpha$，那么 $m=$________.

班级

姓名

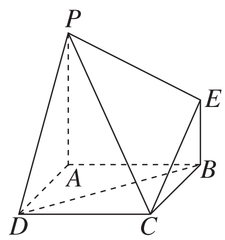
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

12. ［2024·湖北襄阳高二期中］如图，在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$AC=3$，$BC=4$，$AB=5$，$AA_1=4$. 若在棱 AB 上存在点 D，使得 AC_1∥平面 CDB_1，则 $\dfrac{AD}{AB}=$ ________.

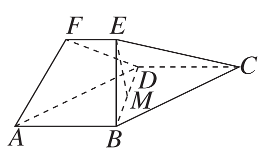


三、解答题

13. 如图，四边形 $ABCD$ 是正方形，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$EB\parallel PA$，$AB=PA=4$，$EB=2$，求证：BD∥平面 PEC.

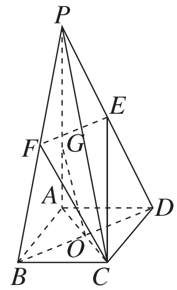


14. 在如图所示的几何体中，四边形 $ABCD$ 为平行四边形，$\angle ABD=90^\circ$，$EB\perp$ 平面 $ABCD$，$EF\parallel AB$，$AB=2$，$EB=\sqrt{3}$，$EF=1$，$BC=\sqrt{13}$，且 M 是 BD 的中点. 求证：EM∥平面 ADF.



▶ 思维探索 选做题

15. 《九章算术》是我国古代的数学名著，书中将底面为矩形，且有一条侧棱垂直于底面的四棱锥称为阳马. 如图，在阳马 $P\text{-}ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 是正方形，AC 与 BD 交于点 O，E，F 分别为 PD，PB 的中点，点 G 满足 $\overrightarrow{AG}=\lambda\overrightarrow{AP}(0<\lambda<1)$，$PA=4$，$AB=2$，若 OG∥平面 CEF，则 $\lambda=$ （　　）



A. $\dfrac{1}{4}$　　B. $\dfrac{1}{3}$

C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{2}{3}$

16. 如图，在正三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$AB=4$，$AA_1=3$，M 是 AB 的中点，$AN=2NA_1$，点 P 在 B_1N 上，且 $\overrightarrow{B_1P}=\lambda\overrightarrow{B_1N}(0\leqslant\lambda\leqslant1)$. 是否存在实数 λ，使得 $MP\parallel BC_1$？若存在，求出 λ 的值；若不存在，请说明理由.